

# Carteras óptimas alternativas a la de mínima volatilidad de Markowitz

**Laura Valls Sanchis**

**Nota de Trabajo**

Número 51  
Abril 2021  
B 21662-2012

## 1. Introducción

Debido a la situación económica actual caracterizada por unos tipos de interés bajos, las remuneraciones de los depósitos son prácticamente inexistentes. Cada vez son más los individuos que deciden buscar alternativas para obtener mayores rendimientos y encuentran una gran variedad de instrumentos financieros. La nota se centra en las carteras de inversión, explorando nuevos métodos de optimización y observando cuáles han sido las consecuencias directas de la Covid19. Es importante la búsqueda de nuevos métodos de optimización debido a las abundantes objeciones que se les hacen a los modelos clásicos como serían los de Markowitz y Sharpe que se expondrán a continuación. La crítica a los modelos de «optimización» no es algo nuevo, especialmente (entre otros eventos) con la crisis de LTCM (donde falló también el modelo Black-Sholes), y evidentemente desde la gran crisis financiera (2008). Entre los críticos más conocidos de los modelos de gestión de riesgo están Nassim Taleb escritor de El cisne Negro, o Mark Spitznagel.

## 2. Metodología

La nota se divide en dos partes, en la primera parte se desarrolla el marco de la gestión de carteras, exponiendo tanto modelos clásicos como modelos alternativos. En la segunda parte de la nota, se realiza un estudio empírico en el que se crea una cartera compuesta por diez acciones estadounidenses representando distintos sectores, posteriormente se le aplicarán los distintos métodos de optimización seleccionados.

## 3. Métodos clásicos

Los dos modelos clásicos por excelencia en la gestión de carteras son los de Markowitz y Sharpe. Ambos pretenden buscar la cartera que minimice el riesgo, entendiendo este factor de manera diferente.

### 3.1 Markowitz

El modelo de Markowitz pretende encontrar las ponderaciones de los activos que al combinarse formen una cartera de mínima varianza que esté diversificada eficientemente. Markowitz en su artículo Portfolio Selection, destacaba la importancia de analizar las varianzas y covarianzas entre títulos para encontrar la proporción óptima. Matemáticamente:

$$\text{Minimizar varianza } (R_c) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \cdot \omega_j \cdot \sigma_{ij} \quad (1)$$

Siendo  $R_c$  la rentabilidad de la cartera,  $\omega_i$  la ponderación del activo  $i$ ,  $\omega_j$  la ponderación del activo  $j$ ,  $\sigma_{ij}$  la covarianza entre el activo  $i$  y el activo  $j$ . La suma de ponderaciones de la cartera debe ser igual a 1, y no pueden existir carteras apalancadas, ya que el modelo no acepta las ventas a crédito.

El problema matemático no suele tener una solución única, dando lugar a un conjunto o frontera eficiente, en la que se sitúan las carteras eficientes según el criterio de media-varianza. Para la parte empírica el objetivo será encontrar la cartera de mínima varianza posible.

### 3.2 Sharpe

El modelo de Sharpe se puede interpretar de dos vías distintas. La vía clásica proviene la modelización de la línea característica de los activos, el objetivo es minimizar la varianza de una cartera, entendiendo esta varianza de una forma distinta a la de Markowitz:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar varianza } (R_c) \\ = \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \cdot \beta_i^2 \cdot \text{var}(r_m) + \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \cdot \sigma_u^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Siendo  $R_c$  la rentabilidad de la cartera,  $\omega_i$  la ponderación del activo  $i$ ,  $\beta_i$  la sensibilidad del activo  $i$  al mercado,  $r_m$  la rentabilidad del mercado, y  $\sigma_u$  el riesgo específico del activo. El modelo de Sharpe no admite ventas a crédito.

La vía alternativa, se basa en maximizar la ratio de Sharpe, que proviene del modelo CAPM. El objetivo es maximizar el exceso de rentabilidad que proporciona la cartera por encima del activo libre de riesgo, por cada unidad de volatilidad soportada.

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{R_P - R_0}{\sigma_P} \quad (3)$$

Siendo  $R_P$  la rentabilidad de la cartera,  $R_0$  la rentabilidad del activo libre de riesgo y  $\sigma_P$  la volatilidad de la cartera. Para la parte empírica de la nota, se asume que la rentabilidad del activo libre de riesgo es de un 0 %.

## 4. Métodos clásicos

Después de ver los modelos de optimización clásicos, este apartado tiene como objetivo mostrar métodos alternativos, que no son tan frecuentes en la realidad, pero que pueden obtener resultados sorprendentes.

### 4.1 Valor en riesgo condicional

El valor en riesgo es una medida de riesgo de una inversión. Indica la pérdida potencial respecto al capital o patrimonio inicial invertido, que se espera en un periodo de tiempo determinado ( $T$ ) y bajo un nivel de confianza específico ( $\epsilon$ ). El modelo asume que las rentabilidades siguen una distribución normal.

$$\text{VaR}_{T,\epsilon} = |\text{Min}(0, E_t - K_\epsilon \cdot \sigma_T)| \quad (4)$$

Siendo  $ET$  la rentabilidad esperada de la cartera,  $\sigma_T$  la volatilidad esperada de la cartera y  $K_\epsilon$  el número de desviaciones tipo correspondientes al nivel de confianza. Sin embargo, el valor en riesgo condicional es una variación del VaR, proporciona mayor precisión, cuantifica las pérdidas esperadas que se producen más allá del punto de ruptura del VaR, realizando el promedio ponderado. El modelo a optimizar se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } CVaR_\alpha(\omega) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(\omega,r) \leq VaR_\alpha(\omega)} f(\omega,r) p(r) dr \quad (5)$$

Sujeto a que la suma de las ponderaciones de los activos debe ser igual a 1, y no existen carteras apalancadas debido a que el modelo no admite venta a crédito. Siendo  $\omega$  el vector de ponderaciones de la cartera,  $\alpha$  el nivel de significancia,  $r$  la sucesión de eventos aleatorios,  $p(r)$  la función de densidad,  $f(\omega,r)$  la función de pérdidas. Para la parte empírica de la nota se va a usar el CVaR al 95 %.

## 4.2 Sortino

El modelo de Sortino es una variación de la vía alternativa del modelo de Sharpe. La vía alternativa consistía en maximizar el ratio de Sharpe para encontrar aquella cartera que ofreciera una mayor rentabilidad por encima del activo libre de riesgo dado un nivel de volatilidad. Sortino efectúa una corrección en el ratio, cambia la medida de riesgo, incorporando la downside deviation. La downside deviation es una medida de riesgo que se centra en los rendimientos que caen por debajo de un umbral o un rendimiento mínimo aceptable. El umbral fijado para la parte empírica es la rentabilidad anual de cada activo.

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \min[(R_p - R_0), 0]^2} \quad (6)$$

Siendo  $R_p$  la rentabilidad de la cartera y  $R_0$  la rentabilidad del activo libre de riesgo. Por lo tanto, el ratio de Sortino se expresa de la siguiente forma:

$$\text{Ratio de Sortino} = \frac{R_p - R_0}{\sigma_D} \quad (7)$$

Es un modelo muy utilizado en momentos desfavorables del mercado o cuando hay altas volatilidades. La suma de las ponderaciones de los activos debe de ser igual a 1, y no admite ventas a crédito.

## 4.3 Paridad de riesgo

El modelo de paridad de riesgo se centra en la contribución de riesgo que aporta cada activo. El objetivo es encontrar una cartera, donde todos los activos tengan la misma contribución.

La contribución de riesgo de cada activo en términos absolutos se puede definir de la siguiente manera:

$$\sigma_p = \sum_{j=1}^n \frac{x_j \cdot \sigma_{jp}}{\sigma_p} = \frac{x_1 \cdot \sigma_{1p}}{\sigma_p} + \frac{x_2 \cdot \sigma_{2p}}{\sigma_p} + \dots + \frac{x_n \cdot \sigma_{np}}{\sigma_p} \quad (8)$$

Siendo  $\sigma_p$  la volatilidad de la cartera,  $\sigma_{jp}$  la covarianza entre el título  $j$  y la cartera.

El modelo de paridad de riesgo no admite ventas a crédito, por lo tanto, las ponderaciones de los activos deben ser positivas. El problema matemático consiste en conseguir que todos los activos contribuyan al riesgo relativo de la cartera en la misma proporción, por lo tanto, no es un modelo de minimización, sino de igualación.

## 5. Base de datos

Para la parte empírica he creado una cartera de inversión formada por 10 acciones de distintos sectores (Apple, ExxonMobil, Johnson & Johnson, Wells Fargo, Verizon, Walmart, Disney, MasterCard, The Home Depot, Microsoft). Una vez obtenidas las cotizaciones de todos los activos, he calculado la rentabilidad logarítmica de cada uno. Debido a que simplifica la complejidad de los cálculos, permite la propiedad aditiva entre los períodos, y el cálculo de probabilidades se basa en una distribución normal.

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \text{ siendo } i = 1 \dots N : \text{rentabilidad logarítmica} \quad (9)$$

Es importante destacar que al tratar únicamente con las cotizaciones no se tienen en cuenta dividendos ni derechos de suscripción, pudiendo infravalorar la rentabilidad de los activos en algunos casos.

Para analizar cuál ha sido el efecto de la Covid19 en la composición de las carteras, he creado dos bases de datos con las mismas acciones, pero con distintos periodos temporales. El primer periodo temporal comienza en enero del 2010 y termina a finales de febrero del 2020, justo antes del efecto pandemia. Mientras que el segundo periodo temporal comienza en enero del 2010 y termina en diciembre del 2020 comprendiendo la pandemia.

## 6. Análisis

Para el análisis de la base de datos he hecho uso de la plataforma RStudio, es un software libre y de código abierto, dedicado a la computación estadística. Es una herramienta muy potente que permite programar cualquier proceso cuantitativo. La siguiente tabla muestra las diez acciones seleccionadas para la creación de la cartera.

Figura 1: Activos que forman la cartera

Activo	Ticker	Sector
Apple	AAPL	Electrónica
Chevron	CVX	Energía
Disney	DIS	Entrenamiento
Home Depot	HD	Construcción
Johnson&Johnson	JNJ	Salud
MasterCard	MA	Métodos de pago
Microsoft	MSFT	Tecnología
Verizon	VZ	Comunicación
Wells Fargo	WFC	Finanzas
Walmart	WMT	Consumo básico

Fuente: Elaboración propia

Son acciones estadounidenses que pertenecen a sectores distintos, casi todas a raíz de la Covid19 experimentaron fuertes caídas a finales de febrero y marzo. Adquiriendo mínimos históricos, y percibiendo un aumento de volatilidad considerable. La siguiente tabla tiene como objetivo mostrar un resumen estadístico de los activos comparando las dos series temporales. Todas las cifras que aparecen en la tabla se expresan en porcentaje y la frecuencia de los datos es diaria.

Se puede observar que todas las acciones, excepto la farmacéutica Johnson & Johnson y la cadena de supermercados Walmart, han experimentado mínimos históricos durante la pandemia. La cotización de Chevron descendió un 25 % en un solo día. Al igual que la de The Home Depot que descendió un 22 %. Desde el 2010 hasta ahora nunca se habían visto caídas tan pronunciadas.

La mayoría de las acciones seleccionadas han tenido una buena recuperación, de modo que absolutamente todas han alcanzado máximos históricos de rentabilidad en un solo día.

Justo las dos acciones que habían sufrido un mayor descenso de rentabilidad son las que han obtenido mayor recuperación en términos relativos. Chevron consiguió que su cotización ascendiera un 20,5 %.

En cuanto a la rentabilidad media, la mayoría de las acciones durante el segundo periodo temporal han adquirido una rentabilidad ligeramente mayor a la que tenían antes de la pandemia. Este efecto va muy ligado a los ciclos de recuperación que han presenciado. Hay que destacar que Wells Fargo es la que ha obtenido un mayor descenso, ya que en el segundo periodo tiene una rentabilidad media que no llega ni a la mitad de la que tenía en el primer periodo.

En cuanto a la desviación estándar, es evidente que ha aumentado en todas las acciones, y así se ve reflejado en la tabla. La volatilidad de las cotizaciones es mucho mayor a la que había antes de la pandemia debido a las fluctuaciones. Por lo tanto, la renta variable se ha vuelto más arriesgada.

Apple y MasterCard son las acciones que proporcionan mayor rentabilidad diaria, siendo además las que tienen mayor desviación estándar. La acción de Johnson & Johnson es la menos arriesgada en ambos periodos temporales, pero alcanza niveles de rentabilidad inferiores.

Después de observar los activos particularmente, es importante analizar la matriz de correlaciones para ver cómo se comportan los activos entre sí. En las siguientes tablas se presenta la correlación entre activos en la situación previa y posterior a la Covid19.

En ninguno de los dos escenarios existen correlaciones mayores al 0,7. Por lo que no hay ningún activo altamente correlacionado. Walmart, Apple y Verizon son los activos que presentan menor correlación con el resto de los activos. Mientras que Microsoft, MasterCard y WFC presentan mayores correlaciones. Las correlaciones entre activos son más elevadas en la situación postpandemia que en la situación prepandemia.

Figura 2: Resumen estadístico de los activos que forman la cartera, frecuencia diaria de las cotizaciones

		AAPL	CVX	DIS	HD	JNJ	MA	MSFT	VZ	WFC	WMT
Mínimo	PRE	-13,18845	-7,83963	-9,61900	-6,06858	-10,57814	-11,19356	-12,10331	-5,66380	-9,66778	-10,73986
	POST	-13,77080	-25,00623	-13,90846	-22,05697	-10,57814	-13,61115	-15,94534	-6,84980	-17,27787	-10,73986
1er Cuartil	PRE	-0,68605	-0,65882	-0,58536	-0,52328	-0,39925	-0,66371	-0,66420	-0,57012	-0,74011	-0,49344
	POST	-0,69702	-0,70690	-0,62232	-0,53943	-0,41894	-0,68564	-0,69016	-0,57161	-0,79299	-0,50148
Mediana	PRE	0,09401	0,04856	0,07545	0,09105	0,03423	0,16620	0,06527	0,07398	0,02063	0,06650
	POST	0,09604	0,04660	0,06701	0,09730	0,03413	0,16717	0,06942	0,06743	0,01952	0,06236
Media	PRE	0,09128	0,02155	0,05628	0,08863	0,04069	0,09717	0,07426	0,04066	0,02638	0,03677
	POST	0,10537	0,01914	0,06072	0,09192	0,04127	0,09595	0,07953	0,04299	0,01099	0,04742
3er Cuartil	PRE	0,98545	0,73605	0,75017	0,74836	0,56255	0,86085	0,82926	0,64851	0,79890	0,59682
	POST	1,03286	0,76268	0,78611	0,77994	0,56776	0,90363	0,86398	0,65024	0,83714	0,61001
Máximo	PRE	8,50224	6,14455	10,92466	6,21484	5,24222	12,56986	9,41280	7,39550	7,75910	10,34440
	POST	11,31575	20,49038	13,46385	12,88404	7,69400	15,36728	13,29291	7,39955	13,57072	11,07226
Desviación	PRE	1,63347	1,33217	1,33406	1,24810	0,95043	1,59646	1,44210	1,05444	1,51856	1,08645
	POST	1,78490	1,72677	1,54791	1,46266	1,07084	1,77905	1,60362	1,10872	1,85840	1,19620

Fuente: Elaboración propia



Figura 3: Matriz de correlaciones en la situación de pre-pandemia

	AAPL	CVX	DIS	HD	JNJ	MA	MSFT	VZ	WFC	WMT
AAPL	1									
CVX	0,360	1								
DIS	0,371	0,447	1							
HD	0,381	0,434	0,489	1						
JNJ	0,299	0,438	0,416	0,412	1					
MA	0,458	0,446	0,471	0,478	0,411	1				
MSFT	0,468	0,440	0,447	0,451	0,404	0,512	1			
VZ	0,221	0,385	0,372	0,352	0,432	0,289	0,326	1		
WFC	0,371	0,531	0,522	0,501	0,440	0,484	0,454	0,374	1	
WMT	0,229	0,290	0,334	0,399	0,363	0,290	0,308	0,350	0,311	1

Fuente: Elaboración propia

Figura 4: Matriz correlaciones en la situación post-pandemia

	AAPL	CVX	DIS	HD	JNJ	MA	MSFT	VZ	WFC	WMT
AAPL	1									
CVX	0,395	1								
DIS	0,419	0,537	1							
HD	0,469	0,522	0,541	1						
JNJ	0,379	0,472	0,446	0,464	1					
MA	0,516	0,531	0,566	0,544	0,479	1				
MSFT	0,560	0,474	0,492	0,547	0,480	0,576	1			
VZ	0,288	0,402	0,403	0,409	0,495	0,349	0,388	1		
WFC	0,402	0,604	0,590	0,548	0,466	0,550	0,480	0,422	1	
WMT	0,304	0,261	0,330	0,427	0,417	0,315	0,382	0,401	0,319	1

Fuente: Elaboración propia

## 7. Optimización

Para la optimización de carteras se van a aplicar los distintos modelos expuestos anteriormente, utilizando ambas series temporales, para poder hacer una posterior comparación entre métodos y entre periodos.

En las siguientes tablas se pueden observar las ponderaciones de los activos de las carteras en la situación pre y postpandemia, y un resumen estadístico de cada caso (figuras 5 y 6)

Como era de esperar no todas las acciones han sido ponderadas en todas las carteras, las acciones de Apple, The Home Depot y Verizon están presentes en todas, debido al binomio de rentabilidad-riesgo que tienen. Sin embargo, las acciones de Chevron y Wells Fargo no han sido ponderadas, solo aparecen en la cartera equiponderada y en la cartera de paridad de riesgo, ya que hay obligatoriedad de ponderación de todos los activos. Son las dos acciones que aportan menor rentabilidad, además han experimentado caídas muy apuntadas durante la pandemia. En la mayoría de los métodos de optimización, si comparamos los dos periodos temporales se ponderan las mismas acciones, pero en diferente magnitud, aunque hay alguna excepción.

En la cartera equiponderada, cada activo tiene un 10 % de ponderación, por lo tanto, no se está teniendo en cuenta las correlaciones entre activos, ni las aportaciones de rentabilidad y riesgo de cada activo. La rentabilidad media anual de la cartera es de un 14,35 % antes de la pandemia, y de un 14,875 % después de la pandemia, así mismo, el riesgo de la cartera pasa del 14,25 % al 17,23 %, es un cambio bastante notable.

En la cartera de Markowitz, las acciones Johnson & Johnson y Walmart concentran más del 50 % del peso de la cartera, en ambos periodos temporales. En la primera serie temporal no se pondera MasterCard ni Wells Fargo, son las dos acciones junto con Microsoft que tienen mayor correlación con el resto de los activos, además presentan altas volatilidades. Por lo tanto, es razonable que no sean ponderadas, debido a que su presencia potenciaría el riesgo de la cartera, y no se estaría llevando a cabo una gestión de riesgo eficiente. En la segunda serie temporal tampoco ponderan las acciones Chevron y Microsoft por los mismos motivos, ambas tienen altas correlaciones, sumado a altas volatilidades, que las convierten en potenciadoras de riesgo. Las carteras de Markowitz ofrecen una rentabilidad media anual del 11,30 % y 11,87 % respectivamente. La cartera postpandemia es más arriesgada.

Figura 5: Ponderación de las carteras creadas con los distintos métodos, para los períodos pre y post Covid19

		AAPL	CVX	DIS	HD	JNJ	MA	MSFT	VZ	WFC	WMT
Equiponderada	PRE	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
	POST	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Markowitz	PRE	5,45%	3,53%	2,64%	5,89%	34,20%		0,39%	23,76%		24,13%
	POST	3,82%		3,62%	1,92%	33,85%			30,98%		25,82%
Sharpe	PRE	18,34%			46,09%	3,07%	18,08%	4,34%	10,08%		
	POST	27,94%			37,16%		12,79%	0,00%	11,23%		10,88%
CVaR	PRE	6,40%			1,29%	30,78%			32,81%		28,72%
	POST	4,11%			0,01%	25,10%			40,34%		30,40%
Sortino	PRE	17,90%			48,97%		16,77%		16,36%		
	POST	25,42%			42,69%		8,83%				10,06%
Paridad de riesgo	PRE	8,48%	9,21%	9,03%	9,58%	13,25%	7,60%	8,44%	13,21%	7,77%	13,42%
	POST	8,59%	8,19%	8,92%	9,16%	13,31%	7,62%	8,49%	14,19%	7,35%	14,17%

Fuente: Elaboración propia

Figura 6: Resumen estadístico de carteras creadas con los distintos métodos, para los períodos pre y post Covid19

		Rentabilidad (Media)		Riesgo (Desviación Estándar)		CVaR	
		Diario	Anual	Diario	Anual	Diario	Anual
Equiponderada	PRE	0,0574%	14,3500%	0,9013%	14,2508%	2,2437	
	POST	0,0595%	14,8750%	1,0901%	17,2360%	2,6658	
Markowitz	PRE	0,0452%	11,3000%	0,7693%	12,1637%	1,8295	
	POST	0,0475%	11,8750%	0,8811%	13,9314%	2,0232	
Sharpe	PRE	0,0837%	20,9250%	1,0330%	16,3332%	2,4692	
	POST	0,0859%	21,4750%	1,1734%	18,5531%	2,7684	
CVaR	PRE	0,0434%	10,8500%	0,7781%	12,3028%	1,8026	
	POST	0,0465%	11,6250%	0,8897%	14,0674%	1,9971	
Sortino	PRE	0,0827%	20,6750%	1,0237%	16,1861%	2,4225	
	POST	0,0849%	21,2250%	1,1628%	18,3855%	2,728	
Paridad de riesgo	PRE	0,0547%	13,6750%	0,8580%	13,5662%	2,1336	
	POST	0,0576%	14,4000%	1,0027%	15,8541%	2,4913	

Fuente: Elaboración propia

En la cartera de Sharpe, la acción The Home Depot tiene un peso importante dentro de la cartera, un 46,09 % y un 37,16 % en los respectivos escenarios de pre y postpandemia, es la acción que proporciona mayor rentabilidad por unidad de riesgo soportada, que es exactamente el objetivo del modelo de Sharpe. La acción Apple también tiene altas ponderaciones en ambos escenarios. Es la cartera que ofrece mayor rentabilidad con un 20,92 % en la situación previa a la pandemia y un 21,47 % en el escenario posterior, pero a la vez constituye la cartera más arriesgada con un riesgo del 16,33 % y un 18,55 %. Soportan aproximadamente un 5 % más de riesgo que las carteras de Markowitz, pero en cambio proporcionan casi un 10 % más de rentabilidad.

En la cartera que minimiza el valor en riesgo condicional, es el modelo que pondera menos acciones, pero se puede observar que, tanto en la situación previa a la pandemia como a la posterior, las acciones Johnson & Johnson, Verizon y Walmart, constituyen aproximadamente el 90 % de la cartera, debido a que son las acciones que tienen menor volatilidad. Se

puede observar que en ambas series temporales son las carteras con menor valor en riesgo condicional dado que es el objetivo de la optimización. Las carteras obtenidas tienen un nivel de riesgo ligeramente superior a la cartera de Markowitz, con una rentabilidad inferior.

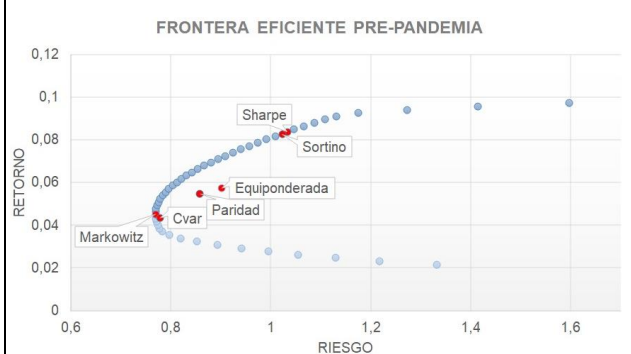
En la cartera de Sortino, se obtienen resultados muy parecidos a los del modelo de Sharpe, la acción The Home Depot tiene aún más peso dentro de la cartera, situándose por encima del 40 % en ambos escenarios, también Apple es una acción importante para el modelo. La rentabilidad es prácticamente igual a la de las carteras de Sharpe, las diferencias no llegan al punto porcentual. Lo mismo sucede con el nivel de riesgo que se mantiene muy parecido. Las semejanzas entre ambos modelos se deben a que tienen la misma base matemática, y la principal diferencia es que Sortino utiliza la downside deviation, pero dado el escenario de altas volatilidades propiciadas por la pandemia dista muy poco de la volatilidad normal.

En la cartera de paridad de riesgo, todos los activos aportan la misma cantidad de riesgo, por lo tanto, las acciones con mayor riesgo tienen menor ponderación como es el caso de Wells Fargo o MasterCard, en cambio, las acciones con menor riesgo tienen mayor ponderación como sería el caso de Johnson & Johnson o Walmart. Es la tercera cartera con menor nivel de riesgo condicional, solo por detrás de los modelos de Markowitz y Valor en Riesgo. Es uno de los casos en los que se experimenta mayor cambio de estadísticas entre la cartera pre y postpandemia. Debido a que como es un modelo basado en la igualdad de contribución de riesgo, todas las acciones deben estar ponderadas, y absolutamente todas las acciones han aumentado sus niveles de riesgo debido a la pandemia.

## 8. Frontera eficiente

A continuación, se puede observar la frontera eficiente de Markowitz realizada para cada serie temporal, además he añadido las carteras optimizadas encontradas en el apartado anterior. El punto izquierdo de la frontera está constituido por la cartera de mínima varianza encontrada mediante la optimización de Markowitz, mientras que el punto derecho de la frontera es la cartera compuesta por el 100 % de MasterCard creando la cartera de mayor rentabilidad.

Figura 7: Frontera eficiente pre-pandemia



Fuente: Elaboración propia

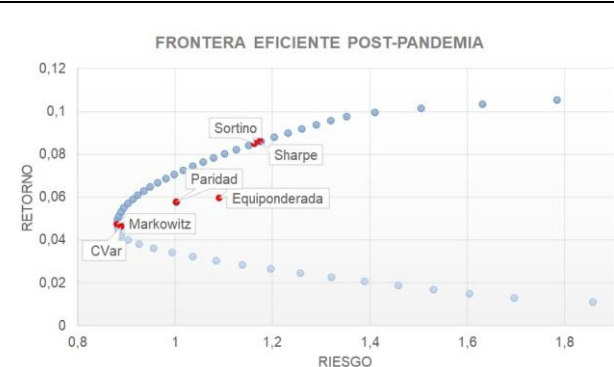
Ambas fronteras son parecidas, sin embargo, la frontera eficiente postpandemia está ligeramente a la derecha creando carteras más arriesgadas, y está situada un poco más arriba indicando que proporcionan mayor rentabilidad. Según los resultados obtenidos en la optimización podemos emparejar las carteras de la siguiente manera, las de menor riesgo (Markowitz y CVar), las de riesgo intermedio (Equiponderada y Paridad), y las más arriesgadas (Sharpe y Sortino).

Las carteras que se sitúan en la frontera se consideran eficientes dado que para un nivel de riesgo concreto no existe otra cartera que ofrezca mayor rentabilidad.

Para la serie temporal previa a la pandemia se puede observar que son eficientes los modelos de Markowitz, Sharpe

y Sortino. La cartera de Markowitz es dominante respecto a la cartera de CVar, debido a que soportando un nivel de riesgo menor es capaz de obtener mayor rentabilidad. En cuanto a la situación postpandemia, se observa que son eficientes los mismos métodos mencionados en la situación anterior. En este caso la cartera de paridad de riesgo domina a la cartera equiponderada, debido a que ambas tienen un retorno parecido pero la cartera equiponderada es mucho más arriesgada.

Figura 8: Frontera eficiente post-pandemia



Fuente: Elaboración propia

## 9. Conclusiones

Efectivamente existen modelos alternativos a Markowitz. Cada modelo de optimización tiene sus ventajas y desventajas por lo que no existe un único modelo universal. Cabe destacar que ninguna de las carteras construidas con los métodos alternativos mejora la frontera eficiente de Markowitz (ni antes ni después de la pandemia), algunas se sitúan sobre la misma frontera y otras son peores. Aunque existen modelos (o más bien carteras) alternativas es difícil mejorar las que se construyen según Markowitz. El modelo de Markowitz recibe numerosas críticas, gran parte pueden ser justificadas por el gran número de datos que necesita para aplicarse. Pero la eficiencia de las carteras que obtiene este modelo es indiscutible. Los métodos de optimización son útiles para completar la selección de activos y para su debida diversificación, pero no se deberían usar como herramienta principal en la creación de carteras, sino más bien como herramienta de apoyo. Debido a que son modelos estáticos y no prevén acontecimientos futuros. En cuanto a la Covid19, se ha podido observar que todas las carteras han adquirido un nivel de riesgo mayor, dado las altas volatilidades, pero las diferencias no han sido abismales, aunque la situación económica actual pudiera predecir lo contrario. La eficiencia del modelo de Markowitz queda reflejada de nuevo, ya que independientemente de la situación de mercado, vuelve a generar carteras óptimas insuperables por el resto de los métodos alternativos.

## 10. Glosario

**Activo libre de riesgo:** un activo libre de riesgo proporciona una rentabilidad cierta y segura, no tiene riesgo de insolvencia ni de ningún otro tipo, su varianza es igual a cero.

**Correlación:** la correlación es una medida estadística que indica la intensidad de la relación lineal entre dos variables.

**Covarianza:** la covarianza es una medida estadística que indica en qué cuantía dos variables aleatorias varían de forma conjunta respecto a sus medias.

**Distribución normal:** la distribución normal es un modelo teórico que se utiliza en estadística para predecir el comportamiento de una variable aleatoria en un escenario concreto.

**Frontera eficiente:** la frontera eficiente es el conjunto de carteras que tienen el máximo nivel de rentabilidad posible dado un nivel de riesgo concreto, o de forma homóloga, son las carteras que ofrecen un menor nivel de riesgo dado un nivel de rentabilidad concreto.

**Línea característica:** la línea característica de los activos es un concepto creado por William Sharpe, que consiste en relacionar la rentabilidad esperada de los activos con la rentabilidad del mercado.

**Nivel de confianza:** el nivel de confianza es un término que se usa en estadística para determinar la probabilidad de que el parámetro a estimar se encuentre en un rango de valores. Normalmente se usan los niveles 90 %, 95 % y 99 %.

**Optimización:** es el proceso mediante el cual se obtienen las ponderaciones de los activos financieros que forman una cartera persiguiendo un objetivo en concreto, por ejemplo, minimizar la varianza, reducir la pérdida potencial o maximizar la tasa de crecimiento.

**Ponderación:** es el peso que tiene un activo financiero dentro de una cartera de inversión o portfolio.

**Portfolio:** un portfolio o cartera es un conjunto de activos que posee un inversor. Los activos pueden ser de distintas tipologías, por ejemplo: acciones, bonos, materias primas o derivados.

**Varianza:** la varianza es una medida estadística de dispersión que indica la variabilidad de un conjunto de datos respecto de su media aritmética.

**Ventas a crédito:** las ventas a crédito son un tipo de transacción en las que el comprador recibe el bien o el servicio en el momento, y lo paga en diferido en un momento futuro.

**Volatilidad:** la volatilidad es una medida de riesgo, que se define como la desviación del precio de un activo con respecto a la media de su cotización histórica en un periodo determinado.

## Agradecimientos

Agradecer a todos los profesionales que componen el Máster en Finanzas del IEF por el aprendizaje recibido, y en especial a Salvador Torra por darme la oportunidad de participar en el ODF.

## Sobre el autor

Laura Valls Sanchis es consultora junior en TradeHeader.

## Bibliografía

Lodeiro, Francisco: «Teoría moderna de carteras: Explicación e inutilidad práctica». <https://www.academiadeinversion.com/teoria-moderna-de-carteras-explicacion-inutilidad/> (2014).

Franco Arbeláez, Luis Ceferino, Franco Ceballos, y otros. «El valor en riesgo condicional CVaR como medida coherente de riesgo». <https://www.redalyc.org/pdf/750/75040604.pdf> (2005)

Chen, James: «Conditional Value at Risk (CVaR)». [https://www.investopedia.com/terms/c/conditional\\_value\\_at\\_risk.asp](https://www.investopedia.com/terms/c/conditional_value_at_risk.asp) (2020)

Sáez, José: «Gestión de Carteras». Documentación IEF (2020)

Diethelm Wuertz, Tobias Setz Yohan Chalabi y otros. «Portfolio Optimization with R/R metrics». <https://www.rmetrics.org/ebooks-portfolio> (2015)

Kazemi, Hossein: «An introduction to risk parity». [https://people.umass.edu/~kazemi/An\\_Introduction\\_to\\_Risk\\_Parity.pdf](https://people.umass.edu/~kazemi/An_Introduction_to_Risk_Parity.pdf) (2011)



Folqué, María: «¿Debemos seguir enseñando el CAPM?» en FundsPeople. <https://es.fundspeople.com/news/debemos-seguir-ensenando-el-capm> (2018)

Frank A. Sortino, Lee N. Price: «Performance Measurement in a Downside Risk Framework». <https://joi.pm-research.com/content/3/3/59> (1994)

Markowitz, Harry: «Portfolio Selection», en The Journal of Finance. [https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz\\_JF.pdf](https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf) (1952)

Markowitz, Harry: «Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments». <https://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/mon/m16-all.pdf> (1959)

Miller, Simon: «Why the Modern Portfolio Theory Needs Modernisation». <https://uk.scalable.capital/research/why-modern-portfolio-needs-modernisation> (2016)

Sergey Sarykalin, Gaia Serrano, Stan Uryasev: «Value-at-Risk vs Conditional Value-at-Risk Management and Optimization». [https://www.researchgate.net/publication/200798611\\_Value-at-Risk\\_vs\\_Conditional\\_Value-at-Risk\\_in\\_Risk\\_Management\\_and\\_Optimization](https://www.researchgate.net/publication/200798611_Value-at-Risk_vs_Conditional_Value-at-Risk_in_Risk_Management_and_Optimization) (2008)

Sharpe, Williams: «Capital asset prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk». <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x> (1964)

Stöckl, Sebastian: «Tidy Portfoliomanagement in R». [https://bookdown.org/sstoekl/Tidy\\_Portfoliomanagement\\_in\\_R/](https://bookdown.org/sstoekl/Tidy_Portfoliomanagement_in_R/) (2018)

Thomas N. Rollinger, Scott T. Hoffman: «Sortino: A 'Sharper' Ratio». [http://www.redrockcapital.com/Sortino\\_A\\_Sharp\\_Ratio\\_Red\\_Rock\\_Capital.pdf](http://www.redrockcapital.com/Sortino_A_Sharp_Ratio_Red_Rock_Capital.pdf) (2014)

Torra, Salvador: «Métodos cuantitativos, estadística bursátil». Documentación IEF (2020)

## Otras publicaciones ODF

Feb	2021	DT	Riesgos relacionados con el clima y medioambientales: una introducción a las expectativas supervisoras y al apetito de riesgo	Arturo Fraile Izquierdo
Feb	2021	DT	Megatendencias y temáticas en carteras de renta variable	David Cano y Francisco Lomba
Nov	2020	NT	Nuevos indicadores económicos para una nueva era	Diego Isabel La Moneda
Jul	2020	NT	Dark Pools and High Frequency Trading: A Brief Note	Anna Bayona
Jun	2020	DT	Los emisores soberanos ante la revolución sostenible	Andrés Alonso
Jun	2020	NT	El impuesto español sobre transacciones financieras, una medida alejada de la Tasa Tobin	Jordi Pey Nadal
May	2020	DT	¿Cómo valorar una start-up y qué métodos de valoración son más adecuados?	Roger Martí Bosch
Mar	2020	NT	Libra: ¿La moneda que puede cambiar el futuro del dinero?	Miguel otero Iglesias
Dic	2019	NT	¿Cómo puede un inversor particular implementar una estrategia sencilla y barata en factores? ¿Qué puede esperar de ella?	Ferran Capella Martínez
Dic	2019	DT	Una nota sobre la valoración de cross currency swaps	Lluís Navarro i Girbés
Nov	2019	DT	Criptoactivos: naturaleza, regulación y perspectivas	Víctor Rodríguez Quejido
Oct	2019	NT	¿Qué valor aportan al asesoramiento financiero los principales insights puestos de manifiesto por la behavioral economics?	Óscar de la Mata Guerrero
Jul	2019	NT	El MARF y su positivo impacto en el mercado financiero actual	Aitor Sanjuan Sanz
Jun	2019	NT	Las STO: ¿puede una empresa financiarse emitiendo tokens de forma regulada?	Xavier Foz Giralt
Abr	2019	NT	Criterios de selección para formar una cartera de inversión basada en empresas del Mercado Alternativo Bursátil (MAB)	Josep Anglada Salarich
Mar	2019	DT	Limitaciones del blockchain en contratación y propiedad	Benito Arruñada
Feb	2019	NT	MREL y las nuevas reglas de juego para la resolución de entidades bancarias	Francisco de Borja Lamas Peña
Dic	2018	DT	Principios éticos en el mundo financiero	Antonio Argandoña y Luís Torras
Nov	2018	NT	Inversión socialmente responsable 2.0. De la exclusión a la integración	Xosé Garrido
Nov	2018	NT	Transformación de los canales de intermediación del ahorro. El papel de las fintech. Una especial consideración a los <<robo advisors>>	David Cano Martínez
Oct	2018	DT	La Crisis Financiera 2007-2017	Aristóbulo de Juan
Jul	2018	NT	Evolución del Equity Crowdfunding en España, 2011-2017	Marc Montemar Parejo y Helena Benito Mundet
Jul	2018	NT	Demografía, riesgo y perfil inversor. Análisis del caso español	Javier Santacruz Cano
Jun	2018	NT	Gestión financiera del riesgo climático, un gran desconocido para las las empresas españolas	Ernesto Akerman Brugés
May	2018	NT	Las SOCIMI: ¿Por qué se han convertido en el vehículo estrella del sector inmobiliario?	Pablo Domenech
Mar	2018	NT	Desequilibrios recientes en TARGET2 y sus consecuencias en la balanza por cuenta corriente	Eduardo Naranjo
Ene	2018	NT	La Segunda Directiva de Servicios de Pago y sus impactos en el mercado	Javier Santamaría
Dic	2017	DT	“Factor investing”, el nuevo paradigma de la inversión	César Muro Esteban
Nov	2017	NT	La implantación de IFRS9, el próximo reto de la banca europea	Francisco José Alcalá Vicente
Oct	2017	NT	El Marketplace Lending: una nueva clase de activo de inversión	Eloi Noya

Oct	2017	NT	Prácticas de buen gobierno corporativo y los inversores institucionales	Alex Bardají
Set	2017	NT	El proceso de fundrasing: Como atraer inversores para tu Startup	Ramón Morera Asiain
Jun	2017	NT	Clases de ETF según su método de réplica de benchmarks y principales riesgos a los que están sujetos los inversores, con especial foco en el riesgo de liquidez	Josep bayarri Pitchot
May	2017	NT	Las consecuencias económicas de Trump. Análisis tras los cien primeros días	L.B. De Quirós y J. Santacruz
Mar	2017	DT	Indicadores de coyuntura en un nuevo entono económico	Ramon Alfonso
Ene	2017	NT	La protección del inversor en las plataformas de crowdfunding vs productos de banca tradicional	Álex Plana y Miguel Lobón
Oct	2016	NT	Basilea III y los activos por impuestos diferidos	Santiago Beltrán
Sep	2016	DT	El Venture Capital como instrumento de desarrollo económico	Ferran Lemus
Jul	2016	DT	MAB: una alternativa de financiación en consolidación	Jordi Rovira
Jun	2016	NT	Brasil, un país de futuro incierto	Carlos Malamud
May	2016	DT	La evolución de la estrategia inversora de los Fondos Soberanos de Inversión	Eszter Wirth
Abr	2016	DT	Shadow Banking: Money markets odd relationship with the law	David Ramos Muñoz
Mar	2016	DT	El papel de la OPEP ante los retos de la Nueva Economía del Petróleo	José MªMartín-Moreno
Feb	2016	NT	Guerra de divisas: los límites de los tipos de cambio como herramienta de política económica. Un análisis a partir de los ICM	David Cano
Ene	2016	DT	1+1=3 El poder de la demografía. UE, Brasil y México (1990-2010): demografía, evolución socioeconómica y consecuentes oportunidades de inversión	Pere Ventura Genescà
Nov	2015	DT	¿Un reto a las crisis financieras? Políticas macroprudenciales	Pablo Martínez Casas
Oct	2015	NT	Revitalizando el mercado de titulaciones en Europa	Rosa Gómez Churruga y Olga I.Cerqueira de Gouveia
Abr	2015	NT	Ganancias de competitividad y deflación es España	Miguel Cardoso Lecourtois
Ene	2015	DT	Mercado energético mundial: desarrollos recientes e implicaciones geoestratégicas	Josep M. Villarrúbia
Dic	2014	DT	China's debt problem: How worrisome and how to deal with it?	Alicia García y Le Xía
Nov	2014	NT	Crowdequity y crowdlending: ¿fuentes de financiación con futuro?	Pilar de Torres
Oct	2014	NT	El bitcoin y su posible impacto en los mercados	Guillem Cullerés
Sep	2014	NT	Regulación EMIR y su impacto en la transformación del negocio de los derivados OTC	Enric Ollé
Mar	2014	DT	Finanzas islámicas: ¿Cuál es el interés para Europa?	Celia de Anca
Dic	2013	DT	Demografía y demanda de vivienda: ¿En qué países hay un futuro mejor para la construcción?	José María Raya
Nov	2013	DT	El mercado interbancario en tiempos de crisis: ¿Las cámaras de compensación son la solución?	Xavier Combis
Sep	2013	DT	CVA, DVA y FVA: impacto del riesgo de contrapartida en la valoración de los derivados OTC	Edmond Aragall
May	2013	DT	La fiscalidad de la vivienda: una comparativa internacional	José María Raya
Abr	2013	NT	Introducción al mercado de derivados sobre inflación	Raúl Gallardo
Abr	2013	NT	Internacionalización del RMB: ¿Por qué está ocurriendo y cuáles son las oportunidades?	Alicia García Herrero
Feb	2013	DT	Después del dólar: la posibilidad de un futuro dorado	Philipp Bagus
Nov	2012	NT	Brent Blend, WTI... ¿ha llegado el momento de pensar en un nuevo petróleo de referencia a nivel global?	José M.Domènech
Oct	2012	L	Arquitectura financiera internacional y europea	Anton Gasol

Sep	2012	DT	El papel de la inmigración en la economía española	Dirk Godenau
Jun	2012	DT	Una aproximación al impacto económico de la recuperación de la deducción por la compra de la vivienda habitual en el IRPF	José María Raya
Abr	2012	NT	Los entresijos del Fondo Europeo de Estabilidad Financiera (FEEF)	Ignacio Fernández
Mar	2012	M	La ecuación general de capitalización y los factores de capitalización unitarios: una aplicación del análisis de datos funcionales	César Villazon y Lina Salou
Dic	2011	NT	La inversión socialmente responsable. Situación actual en España	M <sup>a</sup> Ángeles Fernández Izquierdo
Dic	2011	NT	Relaciones de agencia e inversores internacionales	Aingeru Sorarrin y Olga del Orden
Oct	2011	NT	Las pruebas de estrés. La visión de una realidad diferente	Ricard Climent
Jun	2011	DT	Derivados sobre índices inmobiliarios. Características y estrategias	Rafael Hurtado
May	2011	NT	Las pruebas de estrés. La visión de una realidad diferente	Ricard Climent
Mar	2011	NT	Tierras raras: su escasez e implicaciones bursátiles	Alejandro Scherk
Dic	2010	NT	Opciones reales y flujo de caja descontado: ¿Cuándo utilizarlos?	Juan Mascareñas y Marcelo Leporati
Nov	2010	NT	Cuando las ventajas de TIPS son superada por las desventajas: el caso argentino	M. Belén Guercio
Oct	2010	DT	Introducción a los derivados sobre volatilidad: definición, valoración y cobertura estática	Jordi Planagumà
Jun	2010	DT	Alternativas para la generación de escenarios para el stress testing de carteras de riesgo de crédito	Antoni Vidiella
Mar	2010	NT	La reforma de la regulación del sistema financiero internacional	Joaquín Pascual Cañero
Feb	2010	NT	Implicaciones del nuevo Real Decreto 3/2009 en la dinamización del crédito	M. Elisa Escolà y Juan Carlos Giménez
Feb	2010	NT	Diferencias internacionales de valoración de activos financieros	Margarita Torrent
Ene	2010	DT	Heterodoxia Monetaria: la gestión del balance de los bancos centrales en tiempos de crisis	David Martínez Turégano
Ene	2010	DT	La morosidad de banco y cajas: tasa de morosidad y canje de créditos por activos inmobiliarios	Margarita Torrent
Nov	2009	DT	Análisis del TED spread la transcendencia del riesgo de liquidez	Raül Martínez Buixeda